



UNIVERSITÉ  
LAVAL

Faculté des sciences et génie  
Département de mathématiques et statistique

Prénom et nom en lettres moulées

Idul

# Examen 1

Probabilités (STT-1500)  
14 février (8 h 30 à 10 h 20)  
Enseignant : Jérôme Soucy

## Directives de l'évaluation

1. Vérifiez que votre questionnaire comporte 5 questions réparties sur 8 pages, incluant la page couverture. Cette évaluation sera notée sur 100 points et vaut pour 35 % de votre note de session.
2. Inscrivez votre prénom suivi de votre nom, de même que votre idul dans les cases prévues à cet effet. Inscrivez aussi vos initiales au bas de chacune des pages 2 à 8. Si vous ne connaissez pas votre idul, demandez-le lorsqu'on prendra votre présence.
3. Déposez une carte d'identité avec photo sur le coin du bureau où vous rédigez l'examen.
4. Ne surlignez pas vos réponses ou d'autres éléments pertinents de votre démarche.
5. **Si vous manquez d'espace pour rédiger la réponse d'une question, vous devez utiliser le verso de la feuille où se trouve la question concernée. Le cas échéant, assurez-vous d'indiquer au recto que la suite de la réponse se trouve au verso. Dans le cas contraire, nous ne corrigerons pas le verso.**
6. Aucune page de cet examen ne doit être dégrafée. **N'insérez aucune feuille dans l'examen.**
7. **Sauf indication contraire, vous devez justifier chacune des étapes du raisonnement qui mène à la réponse que vous avez obtenue.**
8. Un aide-mémoire vous sera distribué avec l'examen.
9. Une calculatrice autorisée par la Faculté des sciences et génie est permise. Elle doit figurer parmi les modèles suivants : HP 20S, HP 30S, HP 32S2, HP 33S, HP 35S, TI-30Xa, TI-30XIIB, TI-30XIIS, TI-36X\*, TI-30X MultiView (XS ou XB), BA35, EL-531\*, EL-535, W535, EL-W535\*, EL-546\*\*, EL-510\*, EL-520\*, FX-260, FX-300 ES Plus, FX-300 MS, FX-300 W Plus, FX-350 MS, FX-991 MS, FX-991ES et FX-991ES PLUS, FX-991ES PLUS C, FX-991ES PLUS 2. N'importe quelles lettres peut remplacer l'astérisque.

**Question 1** (30 points)

Pour toutes les sous-questions, écrivez uniquement la réponse dans l'encadré qui suit la sous-question. Lorsqu'on demande une probabilité, écrivez une fraction irréductible ou une réponse arrondie à 3 chiffres après le séparateur décimal. **Aucune justification n'est demandée pour toutes les sous-questions.** Veuillez noter que chaque bonne réponse donne 5 points. Vous pouvez donc vous permettre une erreur et avoir tous les points. Notez cependant que le note maximale pour cette question demeure à 30 points.

- (a) Trouvez le coefficient de  $x^2y^3$  dans le développement de  $(4x - 3y)^5$ .

- (b) Combien d'anagrammes du mot PERLINPINPIN peut-on former ?

- (c) Vous êtes dans un groupe de 20 personnes. L'enseignante partitionne le groupe en équipes de 2 personnes au hasard. Quelle est la probabilité que vous soyez en équipe avec Dimitri, un de vos camarades du groupe ?

- (d) Vous pigez 3 cartes (sans remise) d'un paquet régulier de 52 cartes. Quelle est la probabilité de piger au moins un As ?

- (e) De combien de manières différentes pouvez-vous répartir 20 chocolats identiques dans 4 boîtes identiques de manière à ce que chaque boîte contienne au moins deux chocolats ?

- (f) Vous jouez à pile ou face jusqu'à obtenir pile deux fois de suite. Quelle est la probabilité que vous deviez lancer la pièce de monnaie au moins quatre fois ?

- (g) Vous pigez une main de 6 cartes choisies au hasard d'un paquet régulier de 52 cartes. Combien de mains sont telles qu'il y a exactement trois couleurs présentes et que chaque couleur y est représentée exactement deux fois ? Par exemple,  $3\heartsuit R\heartsuit 4\spadesuit 8\spadesuit A\clubsuit 3\clubsuit$  est une telle main alors que  $3\heartsuit R\heartsuit 4\heartsuit 8\spadesuit A\clubsuit 3\clubsuit$  n'en est pas une.

Vos initiales :

**Question 2** (24 points)

Les étudiants du cours d'introduction à la microbiologie sont répartis en deux sections : la section A, qui comporte 50 étudiants, et la section B, qui en comporte 75. Chaque étudiant prend part à trois examens. Pour réussir le cours, l'étudiant doit en réussir au moins deux. Voici un tableau qui précise les différentes probabilités de réussite aux examens pour un étudiant selon la section à laquelle il est inscrit.

| Probabilités de réussir les évaluations |          |          |          |
|---|----------|----------|----------|
|   | Examen 1 | Examen 2 | Examen 3 |
| Section A                               | 0,60     | 0,70     | 0,80     |
| Section B                               | 0,55     | 0,65     | 0,70     |

- (8) (a) Calculez la probabilité qu'un étudiant de la section A réussisse le cours. Écrivez votre réponse arrondie à 3 chiffres après le séparateur décimal dans l'encadré au bas de cette page.

La réponse est :

Vos initiales :

- (8) (b) Calculez la probabilité qu'un étudiant du cours de microbiologie réussisse le cours. Écrivez votre réponse arrondie à 3 chiffres après le séparateur décimal dans l'encadré ci-dessous.

La réponse est :

- (8) (c) Vous croisez un étudiant du cours de microbiologie et celui-ci a réussi l'examen 2. Quelle est la probabilité qu'il soit inscrit dans la section A ? Écrivez votre réponse arrondie à 3 chiffres après le séparateur décimal dans l'encadré au bas de cette page.

La réponse est :

Vos initiales :

**Question 3** (15 points)

Alba, Bernard et Coralie jouent au jeu suivant : Alba lance un dé à 6 faces régulier. Si elle obtient un 1, le jeu prend fin et elle est déclarée gagnante. Sinon, elle passe le dé à Bernard, qui le lance à son tour. S'il obtient un 1, il gagne et le jeu prend fin. S'il obtient autre chose, il passe le dé à Coralie, qui le lance. Si elle obtient un 1, elle gagne et le jeu prend fin. Si elle obtient autre chose, elle passe le dé à Alba, qui le lance à nouveau. On continue ainsi jusqu'à ce que quelqu'un obtienne un 1.

- (5) (a) Quelle est la probabilité que le jeu se termine suite au premier lancer de Coralie ? Écrivez votre réponse **sous forme de fraction irréductible** dans l'encadré ci-contre, aucune justification requise.
- (10) (b) Quelle est la probabilité que ce soit Alba qui remporte le jeu ? Laissez les traces de votre démarche et **écrivez votre réponse finale sous forme de fraction irréductible dans l'encadré au bas de cette page.**

Réponse à la sous-question (b) :

Vos initiales :

**Question 4** (6 points)

Qualifiez chacun des énoncés suivants de VRAI ou FAUX en noircissant la case correspondante. Aucune justification n'est requise.

- (3) (a) Soit  $A, B$  et  $C$  des événements tels que  $A$  et  $B$  sont incompatibles, de même que  $A$  et  $C$ . Alors

$$\mathbb{P}[A \cup B \cup C] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] + \mathbb{P}[C].$$

VRAI     FAUX

- (3) (b) Soit  $A, B$  et  $C$  des événements tels que :  $A$  et  $B^c$  sont indépendants ;  $B$  et  $C^c$  sont indépendants ;  $A$  et  $C$  sont indépendants et  $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B] \cdot \mathbb{P}[C]$ . Alors  $A, B$  et  $C$  forment une famille d'événements indépendants.

VRAI     FAUX

**Question 5** (25 points)

Vous pigez 9 cartes (sans remise) d'un paquet régulier de 52 cartes. On vous rappelle qu'il y a quatre couleurs dans un paquet régulier : pique, cœur, carreau et trèfle. On définit les événements suivants :

$A$  = Les trois premières cartes pigées sont de la même couleur ;

$B$  = On retrouve exactement 5 cartes d'une même couleur parmi les 9 cartes pigées ;

$C$  = Aucune carte de pique n'a été pigée parmi les 9 cartes.

- (7) (a) Calculez  $\mathbb{P}[B|C]$ . Écrivez votre réponse arrondie à 3 chiffres après le séparateur décimal dans l'encadré ci-dessous.

La réponse est :

Vos initiales :

- (10) (b) Est-ce que  $B$  et  $C$  sont indépendants? Justifiez en donnant la définition de deux événements indépendants puis calculez les probabilités nécessaires afin de justifier votre réponse.

Vos initiales :

- (8) (c) Calculez  $\mathbb{P}[B|A]$ . Écrivez votre réponse arrondie à 3 chiffres après le séparateur décimal dans l'encadré ci-dessous.

La réponse est :

Vos initiales :